Une animation scientifique par un groupe d'élèves de seconde

du lycée Valin de la Rochelle,

au 11e Salon de la culture et des jeux mathématiques à Paris…

Le prix André Parent :

Pour honorer le travail du regretté professeur de mathématiques belge André Parent, le Comité International des Jeux Mathématiques a décidé de décerner chaque année : **le Prix André Parent.**

Il récompense des jeunes qui ont conçu une animation de vulgarisation mathématique pour aller à la rencontre du grand public.

Qui peut concourir ?

Des jeunes, de 10 à 18 ans, travaillant déjà dans :
- un club de mathématiques,
- un atelier scientifique,
- une équipe de Math en Jean,
- une équipe des jeunesses scientifiques,
- ou d'une façon générale, une équipe de 3 à 7 jeunes faisant déjà partie d'une équipe structurée ou à titre individuel cautionnée par un parrain.

Les propositions d'animation sont à envoyer avant le 1er mai de chaque année, au CIJM.

Cette animation peut être conçue à partir d'un thème puisé dans le domaine des mathématiques ou d'une activité scientifique (astronomie, physique, biologie,…) qui mette en lumière les mathématiques qui la sous tendent.

Les éditions Pole et les revues Tangente et Tangente Education soutiennent le projet
Deux critères importants sont pris en compte par le CIJM pour retenir les projets proposés par des groupes d'élèves :

- l'intérêt mathématique du projet, sa valeur scientifique et son originalité ;
- l'attractivité du projet pour le grand public et la qualité de sa présentation.

Les quatre meilleurs projets retenus sont présentés au Salon de la culture et des jeux mathématiques ainsi que les dossiers sélectionnés par les associations partenaires du prix.
Le premier prix est décerné sur le « Salon de la culture et des jeux mathématiques » qui se tient sur la place Saint Sulpice à Paris chaque dernier week-end de mai.

Le Jury du Prix André Parent

Le jury du prix André Parent est placé sous la présidence d'honneur d'Annette Parent.
En font partie : deux membres du bureau du CIJM, un représentant de chacun des partenaires...

L'animation scientifique par un groupe d'élèves du lycée Valin, qui avait été retenue, a eu lieu dans le cadre du prix André Parent à Paris les 27 et 28 mai 2010.

Le thème du Salon 2010 du CIJM était « mathématiques et avenir ».
Le thème de l'animation scientifique choisie par le groupe de 7 élèves dont 6 filles, du lycée Valin de La Rochelle, a été : « **Quelques prédictions mathématiques magiques** ».

(Les maths peuvent être, aussi, un talent de société, par exemple pour réussir des tours de magie automatiques, et contrairement aux idées reçues, même pour des filles, ce n'est pas sorcier !)

Le Jury aurait pu vérifier s'il en avait eu le temps et s'il l'avait souhaité **13 prédictions de nos jeunes mathémagiciens** lors des tours intitulés :

1) Le sesquimètre de couturière (thème : suites arithmétiques et invariant)
2) L'addition magique des 4 bâtons (thème : distributivité, organisation des calculs)
3) Le jour de la semaine d'une date donnée (thème : arithmétique des congruences)
4) La dernière carte de l'élimination (thème : numération et puissances de 2)
5) La somme des 5 dés (thème : invariant et numération décimale)
6) Le mystère de la grande pyramide (thème : triangle de Pascal, propriétés du nombre 9)
7) Le journal déchiré en 16 morceaux (thème : numération en base deux et rangement)
8) La clef de la prédiction (thème : la parité)
9) Le L de Fibonacci (thème : propriétés de certaines suites)
10) Les pions sur le carton (thème : constitution de tables d'additions et invariants)
11) Le lecteur de pensée « ordinateur » (thème : divisibilité par 9)
12) Le coup de l'agenda (thème : invariants et organisation logique)
13) Le rhinocéros (thème : comptage et organisation logique)

Les **justifications** mathématiques des tours étaient proposées plus ou moins en détail selon la complexité et leur durée. En effet ce n'est pas la chance qui permet la réalisation de ces 13 prédictions : chacune a une explication mathématique et logique.
Les maths « ce n'est pas sorcier » mais ce qu'on peut leur faire dire peut étonner !

Ce groupe d'élèves de seconde du lycée Valin de La Rochelle était constitué :
- de 6 filles : Perrine BOUYRA, Maëlys GUIGNET, Caroline LEGRAND, Justine MARSAC, Léna MONDOLO, Romane PORTIER,
- et d'un garçon : Victor QUENTIN.

Le professeur de mathématiques qui a fait travailler les élèves volontaires pendant un an, en club hebdomadaire d'une heure, est Dominique SOUDER.

D. Souder a bien voulu à son retour du Salon nous donner ses **impressions sur l'aventure mathématique de ce groupe élèves de Valin, et sur les conditions de sa réalisation.**

Nous avons souhaité un voyage le plus festif possible et proposé aux parents qui le souhaitaient d'accompagner, à leur frais, notre groupe : 4 ont été présents à divers moments du Salon.

Le voyage a été possible financièrement et offert aux élèves, grâce, d'une part, localement, à l'aide de fonds du projet d'établissement, et de ceux du Foyer Socio Educatif du lycée, et d'autre part, grâce à la générosité du C.I.J.M. qui en échange de l'animation de 2 jours sur la Salon a logé gratuitement le groupe et son professeur à Paris pendant 3 jours. La souplesse du FSE a été fort utile car le groupe revenait en 2 morceaux, ce qui est très difficile à gérer entre la politique de réservation de la SNCF et les impératifs d'intendance d'un lycée.

Les élèves se sont investis énormément sur le Salon de 9h à 18h pendant 2 jours, quel que soit l'âge du public auquel ils avaient affaire. De nombreux jeunes scolaires ont profité de leur talent magique, et de leur patience pour expliquer les propriétés mathématiques qui faisaient la réussite des tours. J'ai reçu pour le groupe beaucoup de félicitations par des parents ou des adultes qui observaient les longs échanges entre les chères têtes blondes, les mathémagiciennes et le mathémagicien, et s'extasiaient de l'intérêt suscité par ces lycéens de Valin. Le garçon du groupe, plutôt effacé en classe, s'est montré capable d'être un animateur de rue allant à la rencontre du public, l'accrochant pour l'entretenir à l'abri sur une place libre d'un stand voisin (il a parfois plu pendant le Salon…). Le prof que je suis a pu voir sous un jour différent ses élèves et apprécier des qualités qui ne se manifestent pas toujours dans le cadre de la classe : je pense aux qualités de douceur des lycéennes du groupe envers les plus jeunes des visiteurs, ainsi que leur mise en confiance en particulier des petites filles qui sont en général moins hardies à tâter des tours de magie que les jeunes garçons.

Le groupe a pu, le 3e jour du voyage, passer du temps sur le Salon et profiter de ses richesses en animateurs scientifiques, esprits passionnés par les sciences et passionnants dans leurs explications, quels que soient les domaines variés qu'ils ont choisis.

Le prix Parent a été attribué comme l'an passé au lycée Atlantique de Luçon pour un très beau travail, cette année sur des aspects mathématiques du mouvement brownien. Les 3 primés brillants élèves luçonnais de seconde sont bien entraînés et parés pour affronter les TPE à l'avenir en classe de première. Le groupe de Valin a montré des qualités mathématiques un peu moindres et homogènes selon les membres de leur groupe de 7, mais leur prestation a été particulièrement bien suivie par tous les publics du Salon spécialement les plus jeunes, et leurs qualités humaines ont été grandement appréciées par tous. Leur animation grand public pouvait durer 2 heures sans répétition, tant ils avaient préparé de tours différents.

Je suis très heureux d'avoir pu vivre cette expérience cette année avec eux, et je félicite chaleureusement chacun d'entre eux pour ce qu'il a donné de lui-même afin de réaliser ce projet.

COMPLEMENTS :

Voici une présentation de tours proposés par les élèves pour le Prix Parent : leur déroulement et les explications mathématiques, tels qu'ils ont été communiqués au Jury.

On rappelle que le thème du Salon 2010 du CIJM était « mathématiques et avenir ».

Le thème de l'animation scientifique choisie pour le **concours André Parent** par un groupe de 7 élèves du lycée Valin de La Rochelle a été :

« Quelques prédictions mathématiques magiques ».

Les bâtons numériques.

Matériel : 4 bâtons en forme de prismes droits, où sont écrits sur chacune des quatre faces latérales, l'un sous l'autre, quatre chiffres.
Par exemple ceux-ci, donnés en développement des faces latérales :

Bâton 1 :

7	6	2	6
6	7	9	5
3	2	5	3
5	5	7	7

Bâton 2 :

2	8	1	5
9	2	8	5
5	4	6	6
7	8	9	8

Bâton 3 :

3	4	7	3
9	7	2	6
4	5	8	5
6	7	9	9

Bâton 4 :

4	2	3	2
5	8	8	9
3	4	2	6
9	8	7	7

Déroulement :

Les 4 bâtons sont disposés sur une table, au gré du spectateur, les uns à côté des autres de façon à faire voir sur leur dessus quatre lignes horizontales de nombres de quatre chiffres.

Exemple,
En choisissant de faire voir la colonne de gauche du développement ci-dessus de chaque bâton :
on peut lire les nombres
7234, 6995, 3543, et 5769

7	2	3	4
6	9	9	5
3	5	4	3
5	7	6	9

Le magicien tend une calculatrice au spectateur qui doit ajouter les quatre nombres.
Le magicien donne le total instantanément, et donc avant la machine.

Comment ça marche ?

Chaque bâton est fabriqué de façon que la somme des deux premiers chiffres et du quatrième et dernier chiffre fasse toujours 18. Quel que soit le positionnement des bâtons choisi pas le spectateur, le total des premier, deuxième et quatrième nombres est 18 fois 1111 soit 2 fois 9999, ou encore 20 000 – 2.

Dans l'exemple ci-dessus : **7**234+**6**995+**5**769 = 19 998.
En effet **7+6+5** = 18 ; **2+9+7** = 18 ; **3+9+6** = 18 ; **4+5+9** = 18. Le total des premier, deuxième et quatrième nombres est bien 18 fois 1111 soit 2 fois 9999, ou encore 20 000 – 2.

Le magicien n'a qu'à regarder le troisième nombre horizontal de quatre chiffres à partir du haut, lui enlever 2, et écrire un 2 à sa gauche, pour trouver le résultat.
Dans l'exemple ci-dessus, le magicien regarde le troisième nombre, 3543.
Il calcule : 3543–2 = 3541 ; puis il écrit un 2 à gauche et donne le résultat : 23 541.

Le jour de la semaine correspondant à une date de 2011

Comment réussir le tour ? Pourquoi réussit-il ?

A l'intérieur d'un mois, le même jour correspond à des dates qui se succèdent de 7 en 7.
Exemple en janvier 2009 les jeudis sont les 1, 8, 15, 22, 29 janvier. En enlevant 7 autant de fois qu'on le peut on transforme un nombre compris entre 1 et 31 en un nombre compris entre 1 et 7. Par exemple 25 devient 18, puis 11, puis 4 ; le 25 janvier tombe le même jour de la semaine que le 4 (ici dimanche).
D'un mois à l'autre il y a des changements. Comme janvier a 31 jours et que 31 = 28 + 3, il y a un décalage de 3 jours de semaine entre les mêmes dates de janvier et février. Par exemple le 25 février est un mercredi et non un dimanche comme le 25 janvier. Le décalage est 3, mais 1 jour après dimanche fait lundi, 2 jours cela fait mardi, et 3 jours cela fait mercredi.
Pour février il faut ajouter 3 au résultat qu'on aurait avec janvier.

Les corrections pour les mois se feront comme ci-dessous, de façon à se ramener à janvier pris comme origine :

Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	décembre
0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5

Au mois de janvier 2011 les 7 premiers jours sont :

1	2	3	4	5	6	7
samedi	dimanche	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi

Voici comment procéder pour trouver le jour de la semaine correspondant à la date donnée :
Exemple :

Pour le 18 juillet 2011, on compte :
18 + 6 (juillet) = 24 = 21 + 3 donc on retient le nombre 3 et c'est un lundi.

Le matériel :

Il vous faut un calendrier se présentant comme celui-ci :

2011

	Janvier	Février	Mars	Avril
Lundi	03 10 17 24 31	07 14 21 28	07 14 21 28	04 11 18 25
Mardi	04 11 18 25	01 08 15 22 29	01 08 15 22 29	05 12 19 26
Mercredi	05 12 19 26	02 09 16 23 30	02 09 16 23 30	06 13 20 27
Jeudi	06 13 20 27	03 10 17 24 31	03 10 17 24 31	07 14 21 28
Vendredi	07 14 21 28	04 11 18 25	04 11 18 25	01 08 15 22 29
Samedi	01 08 15 22 29	05 12 19 26	05 12 19 26	02 09 16 23 30
Dimanche	02 09 16 23 30	06 13 20 27	06 13 20 27	03 10 17 24

	Mai	Juin	Juillet	Août
Lundi	02 09 16 23 30	06 13 20 27	04 11 18 25	01 08 15 22 29
Mardi	03 10 17 24 31	07 14 21 28	05 12 19 26	02 09 16 23 30
Mercredi	04 11 18 25	01 08 15 22 29	06 13 20 27	03 10 17 24 31
Jeudi	05 12 19 26	02 09 16 23 30	07 14 21 28	04 11 18 25
Vendredi	06 13 20 27	03 10 17 24	01 08 15 22 29	05 12 19 26
Samedi	07 14 21 28	04 11 18 25	02 09 16 23 30	06 13 20 27
Dimanche	01 08 15 22 29	05 12 19 26	03 10 17 24 31	07 14 21 28

	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
Lundi	05 12 19 26	03 10 17 24 31	07 14 21 28	05 12 19 26
Mardi	06 13 20 27	04 11 18 25	01 08 15 22 29	06 13 20 27
Mercredi	07 14 21 28	05 12 19 26	02 09 16 23 30	07 14 21 28
Jeudi	01 08 15 22 29	06 13 20 27	03 10 17 24	01 08 15 22 29
Vendredi	02 09 16 23 30	07 14 21 28	04 11 18 25	02 09 16 23 30
Samedi	03 10 17 24	01 08 15 22 29	05 12 19 26	03 10 17 24 31
Dimanche	04 11 18 25	02 09 16 23 30	06 13 20 27	04 11 18 25

Le **problème de la dernière carte à jeter.**

Le magicien s'est approché, il a proposé un jeu de 52 cartes, duquel le spectateur pouvait enlever le nombre de cartes qu'il voulait. Le magicien a ensuite regardé les cartes du jeu calmement, une à une. Il a écrit une prédiction : le nom d'une carte sur un bout de papier. Il a demandé au spectateur de prendre le paquet, de jeter la carte du dessus sur la table, de faire passer la suivante sous le dessous de son paquet, puis de jeter la carte du dessus, de faire passer la suivante en dessous du paquet, etc. jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'une seule carte en main du spectateur. La prédiction a alors été dévoilée, la dernière carte retournée : c'était bien cela, un vrai miracle ! Et le tour pouvait être recommencé avec un nombre quelconque de cartes, le magicien trouvait toujours à l'avance le nom de la carte qui resterait la dernière…

Heureusement une démarche scientifique et un peu de mathématiques vous nous aider à comprendre le truc du magicien. Mais je connais votre impatience…

Soit x le nombre de cartes de votre paquet au départ. Numérotons de 1 (carte du dessus) vers x (carte du dessous) les cartes. Pas de suspense ! Voici tout de suite le résultat mathématique magique qu'on expliquera ensuite : le numéro de la carte qui restera seule à la fin de l'élimination « une sur deux » est donné par la formule **$2(x-2^n)$** où 2^n désigne la plus grande puissance de 2 inférieure strictement à x. Le magicien doit donc compter discrètement le nombre de cartes au début du tour en ayant l'air de les observer, faire un calcul de tête pour trouver le numéro de la carte qui restera la dernière, et écrire le nom de la carte située à cette position comme prédiction.

Par exemple pour un paquet de 23 cartes, la plus grande puissance de 2 inférieure à 23 est 16, et la carte qui restera est la numéro $2(23 - 16) = 2 \times 7 = 14$.

Pour un paquet de 32 cartes, la plus grande puissance de 2 strictement inférieure est encore 16, et la carte restante aura le numéro $2(32 - 16) = 2 \times 16 = 32$ c'est à dire sera la dernière carte du paquet.

D'où vient cette formule ?

C'est assez difficile à expliquer … Je vous propose d'essayer doucement de voir ce qui se passe…

Dans un premier temps, nous vous invitons à vérifier la formule pour des paquets de cartes ayant un nombre de 2 à 13 cartes : vous utilisez par exemple les piques que vous classez du 1 (carte supérieure) jusqu'au nombre de cartes voulu (carte du dessous), …éventuellement valet (11), dame (12), roi (13). Vous effectuez la manœuvre, et vous vérifier le numéro de la carte qui reste : cela doit correspondre avec la formule **$2(x - 2^n)$**

Dans un deuxième temps, vous pouvez prendre papier et crayon, symboliser le mouvement des cartes qui passent du dessus vers le dessous en dessinant un cercle sur lequel sont marquées autant de positions que le nombre de cartes. Vous écrivez les numéros voulus dans le sens des aiguilles d'une montre, vous démarrez au 1 qui est jeté et que donc vous barrez. Le 2 est gardé, et le passer en dessous du jeu revient à démarrer le cercle après lui.

Le 3 est barré, le 4 est gardé, et ainsi de suite : une carte sur deux non barrée encore est gardée ou barrée, jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un seul numéro non barré.

Vous pouvez retrouver ainsi sans cartes les résultats que vous donne la formule. Vous comprenez ainsi rapidement pourquoi le numéro de la carte sélectionnée est toujours pair et pourquoi il y a un 2 en facteur dans la formule.

Dans un troisième temps, nous vous proposons d'étudier les cas où le nombre de cartes est exactement une puissance de 2. Ce sera toujours la dernière carte (celle du dessous du paquet) qui sera sélectionnée à la fin de la manœuvre (voir notre exemple avec 32 cartes). A la fin de la première étape, chaque carte ayant été touchée une seule fois pour être soit éliminée soit passée en dessous, il ne reste plus que les cartes de numéros pairs et leur nombre est le précédent divisé par 2 donc c'est encore une puissance de 2. Le dernier numéro (pair) a été gardé. La deuxième étape commence donc par l'élimination du 2, on garde le 4, etc. A la fin de la deuxième étape, il reste des multiples de 4, en un nombre qui est encore une puissance de deux. Comme 4 divise le nombre de cartes du paquet le dernier numéro a été gardé. La troisième étape s'il y en a une, commence par l'élimination du 4, on garde le 8 et ses multiples, etc. A la fin de l'histoire il reste un numéro qui est une puissance de 2, la plus grande possible, donc ici le nombre de cartes du paquet lui-même. Remarquez que la formule donne alors :

$$2(x - 2^n) = 2(2^{n+1} - 2^n) = 2(2^n)(2 - 1) = 2(2^n) = 2^{n+1} = x.$$

Dans un quatrième temps, envisageons un nombre de cartes qui vaut un de plus qu'une puissance de 2. A la fin de la première étape d'élimination il ne reste que les numéros pairs, mais l'élimination du dernier nombre (qui est impair) fait qu'on va garder le 2 au début de la deuxième étape, puis ses multiples. Le nombre de numéros restants est une puissance de deux. Comme le premier est gardé le dernier est éliminé, et à l'étape suivante le 2 est de nouveau conservé, etc. On aboutit au 2 finalement. La formule donne $2(x - 2^n) = 2(1+2^n - 2^n) = 2 \times 1 = 2$.

Dans un cinquième temps, on pourrait envisager un nombre de cartes qui vaut deux de plus qu'une puissance de deux ; dans un sixième temps un nombre de cartes qui vaut p de plus que 2^n avec $p < 2^n$:

- Quand on enlève la p^e carte, puis qu'on passe la suivante sous le paquet, celle qui est maintenant sous le paquet avait le numéro 2p au départ. Comme le paquet contient alors un nombre de cartes égal à une puissance de deux, celle du dessous sera la restante. La carte de numéro 2p est donc la bonne soit encore le numéro $\mathbf{2(x - 2^n)}$.

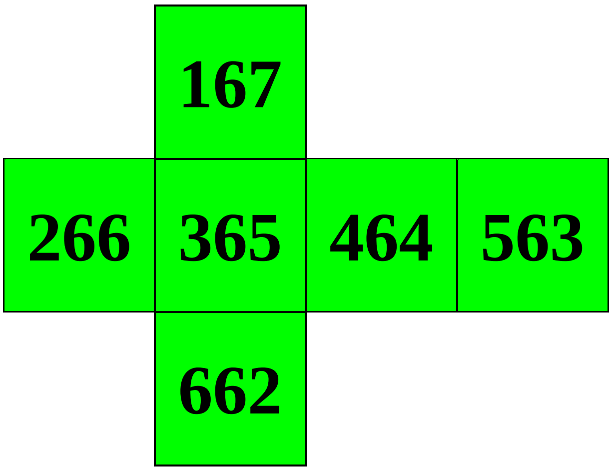
La somme des 5 cubes

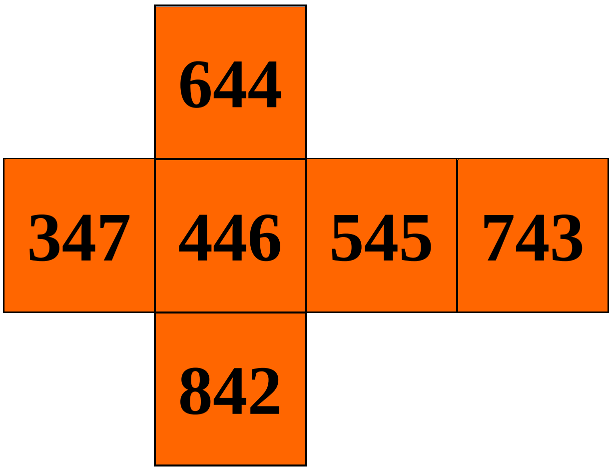
Le magicien demande au spectateur de bien vouloir lancer en même temps les cinq cubes, qui fourniront les cinq nombres à additionner. Le magicien donne alors instantanément le total et gagne toujours… (On peut recommencer le jeu avec divers lancers qui ne donnent pas le même total)

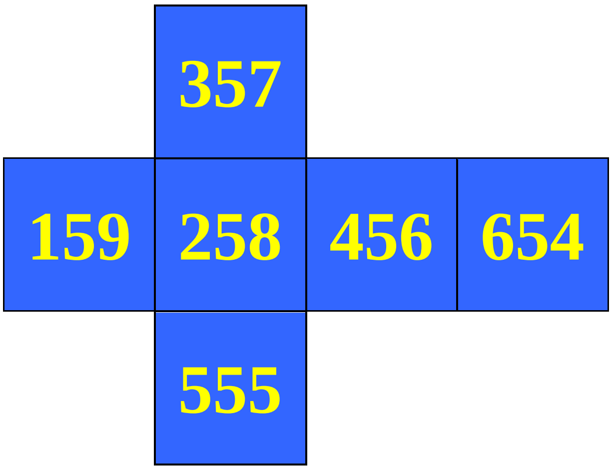
Sachant que le magicien n'est pas un calculateur prodige, comment fait-il ?

	228		
129	327	426	525
	624		

	733		
832	931	238	337
	436		







<u>Aides éventuelles à la compréhension du truc du magicien :</u>

1) Quel est le chiffre des dizaines sur chaque cube ?

2) Quelle est la somme des cinq chiffres des dizaines des cinq cubes ? Quel est le chiffre des unités de cette somme ?
3) Comparer la somme des chiffres des unités des nombres sortis sur les cinq cubes et le nombre formé des deux chiffres de droite du total des cinq nombres.
4) Calculer la somme du chiffre des unités et du chiffre des centaines de tous les nombres inscrits sur les faces de cube
5) Comparer la somme des chiffres des unités des cinq nombres obtenus avec la somme des cinq chiffres des centaines et de la retenue due à la somme des chiffres des dizaines.

<u>Solution : « les 5 cubes »:</u>

Les nombres d'un même cube ont le même chiffre des dizaines : 2, 3, 4, 5 ou 6. La somme des cinq chiffres des dizaines des cinq nombres obtenus est toujours 20, qui finit par un zéro.
Le total des chiffres des unités des cinq nombres obtenus va avoir pour retenue un chiffre des dizaines qui va être ajouté à zéro dans l'addition : le résultat de l'addition des cinq nombres finira donc par deux chiffres à droite qui correspondent au total des chiffres des unités.
Pour chacun des $4 \times 6 = 24$ nombres de quatre cubes, le total du chiffre des centaines et du chiffre des unités est 10 ; pour le cinquième cube et ses six nombres, le total est toujours 8. Pour cinq nombres obtenus, le total des cinq chiffres des centaines et de la retenue de 2 due au total des dizaines est : $4 \times 10 + 8 + 2 = 50$. Pour avoir l'écriture des deux chiffres de gauche du total, il faut faire la différence entre 50 et le total des chiffres des unités.
Exemple, si les cinq nombres sortis sont 228, 733, 842, 654, 662 :

- le magicien ajoute les unités : 8+3+2+4+2 = 19.
- l'écriture du total finira donc à droite par 19.
- le magicien calcule 50 – 19 = 31 : ce sera les deux chiffres de gauche.

le total de l'addition est 3119.

<u>Le journal déchiré en 16 morceaux</u>

Le magicien effectuera un pliage vertical, déchirera le journal selon le pli, et mettra (sans la retourner) soit la partie gauche en dessous, soit la partie gauche au-dessus de l'autre partie du journal, puis tournera la pile de papier obtenue d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre, de façon à avoir de nouveau la grande dimension sur l'horizontale. Ceci sera recommencé de sorte qu'à la fin il y ait eu 4 pliages verticaux et déchirures, suivis de quart de tour à chaque fois, permettant d'obtenir 16 morceaux de papier empilés.

Considérons les 16 parties de la double page du journal en leur donnant un nom…

a	b	i	j
c	d	k	l
e	f	m	n
g	h	o	p

Nous allons nous intéresser à la case notée k. C'est celle que le magicien doit repérer avant de commencer son tour : il écrira en cachette ce qu'elle contient sur un bout de papier qui sera sa prédiction de départ du tour (par exemple : produit ménager à 6,45 euros, ou maison à La Rochelle à 450 000 euros), papier qui sera mis dans une enveloppe qui traînera sur la table sous les yeux du spectateur pendant toute la durée du tour auquel il participera.

Pour que le tour du journal déchiré soit réussi, il faut que le magicien à l'issue des 4 déchirures ait positionné la case k en une position sur la pile des 16 morceaux, à partir du haut, correspondant au nombre écrit sur le carton choisi par le spectateur.

Pour parvenir à la réussite il faut utiliser le nombre égal à 1 de moins que le numéro du carton choisi (donc le nombre lu sur le carton de dessous par le magicien). Ce nombre va servir à déterminer, après chacune des 4 déchirures, s'il faut mettre la moitié gauche de journal au-dessus ou au-dessous de l'autre.

Notons G quand le magicien met le paquet des morceaux déchirés de gauche sous l'autre moitié, et notons D quand il met le paquet de gauche au-dessus.

Soit n le nombre choisi et (n-1) le nombre lu.

Pour choisir entre G et D à chaque déchirure, il faut commencer par décomposer de tête (n-1) en une somme des puissances de 2, en commençant par 8 puis 4 puis 2 puis 1.

Exemple, si (n-1) = 10, on obtient 10 = (1x8) + (0x4) +(1x2) +(0x1).

Le nombre 0 doit être associé à « mettre la moitié de gauche en dessous », le nombre 1 doit être associé à « mettre la moitié de gauche au-dessus ». Il faut commencer par le 0 ou le 1 attribué au « 1 » puis ceux attribués dans l'ordre au « 2 », au « 4 », et finir par le « 8 ». Dans l'exemple, on met après la première déchirure la moitié gauche dessous, après la deuxième on met la moitié gauche au-dessus, après la troisième au-dessous, et la quatrième fois au-dessus. On peut dire qu'à 10 est associé le positionnement GDGD. Chacun des 16 nombres sera associé à une suite de 4 lettres G ou D.

Essayons de comprendre ce qui se passe maintenant…

Analysons la position de la case k dans cet exemple où n = 11 et (n-1) = 10.

Après la première déchirure, on met la partie gauche sous l'autre, on fait le quart de tour, et on obtient ceci (chaque lettre entre parenthèses est en dessous de l'autre de la même case) :

O (g)	M (e)	K (c)	I (a)
P (h)	N (f)	J (d)	L (b)

Après la deuxième déchirure, on met la partie gauche au-dessus, on fait le quart de tour et on obtient (dans les parenthèses, « de haut en bas » est représenté par « de gauche à droite ») :

P (hjd)	O (gkc)
N (flb)	M (eia)

Après la troisième déchirure, on met la partie gauche en dessous, on fait le quart de tour et on obtient :

M (eianflb)	O (gkcphjd)

Après la quatrième déchirure, on met la partie gauche au-dessus, on fait le quart de tour et on obtient :

M (eianflb ogkcphjd)

La position du k est la 11$^{\text{ème}}$. C'est gagné.

A vous de vérifier maintenant, comme ci-dessus, que vous réussissez à avoir toujours la case k en bonne position…

Le tour est spectaculaire et vaut la peine de l'étudier en détail !

Solution. « Le journal déchiré en 16 morceaux ».

Le nombre choisi est n. On pose G = 0 et D = 1.

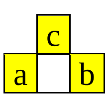
Nombre décomposé (n-1)	*G dessous ou D dessus, du 1er empilage écrit à gauche vers le 4è écrit à droite*	*Ordre des cases de haut (écrit à gauche) en bas*	*Position de la case k à partir du haut (on voit que c'est n)*
16 ou 0 = 0+0+0+0	*GGGG*	*Kcogjdphiamelbnf*	*1*
1 = 0+0+0+1	*DGGG*	*Ckgodlhpaiembafn*	*2*
2 = 0+0+1x2 +0	*GDGG*	*Ogkcphjdmeianflb*	*3*
3 = 0+0+1x2+1	*DDGG*	*Gockhpdlemaifnbj*	*4*
4 = 0+1x4+0+0	*GGDG*	*Jdphkcoglbnfiame*	*5*
5 = 0+1x4+0+1	*DGDG*	*Dlhpckgobjfnaiem*	*6*
6 = 0+1x4+1x2+0	*GDDG*	*Phjdogkcnflbmeia*	*7*
7 = 0+1x4+1x2+1	*DDDG*	*Hpdlgockfnbjemai*	*8*
8 = 1x8+0+0+0	*GGGD*	*Iamelbnfkcogjdph*	*9*
9 = 1x8+0+0+1	*DGGD*	*Aeimbjfnckgodlhp*	*10*
10 = 1x8+0+1x2+0	*GDGD*	*Meianflbogkcphjd*	*11*
11 = 1x8 +0+1x2+1	*DDGD*	*Emaifnhjgockhpdl*	*12*
12 = 1x8+1x4+0+0	*GGDD*	*Lbnfiamejdphkcog*	*13*
13 = 1x8 +1x4 +0+1	*DGDD*	*Bjfnaeimdjhpckgo*	*14*
14 = 1x8 +1x4 +1x2+0	*GDDD*	*Nflbmeiaphjdogkc*	*15*
15 = 1x8+1x4+1x2+1	*DDDD*	*Fnbjemaihpdlgock*	*16*

Le mystère de la grande pyramide…

« Racine d'un nombre »

Il ne s'agit pas de la racine carrée, mais du nombre qu'on obtient en additionnant tous les chiffres de l'écriture, et en répétant éventuellement cette opération plusieurs fois jusqu'à obtenir un nombre de 1 à 9. Exemple à partir de 583, on calcule 5+8+3 =16, puis 1+6 = 7, et on dit que 7 est la « racine » du nombre 583.

Imaginez maintenant **une pyramide** construite à partir de sa base ainsi : chaque nombre est la somme des deux nombres de la ligne du dessous sur lequel il s'appuie : **c = a+b**



Le magicien vous propose un jeu **:**

- Choisissez 6 nombres de base (de 1 à 9) et construisez une pyramide de cinq étages selon cette règle d'addition des 2 termes du dessous pour former celui juste au-dessus.

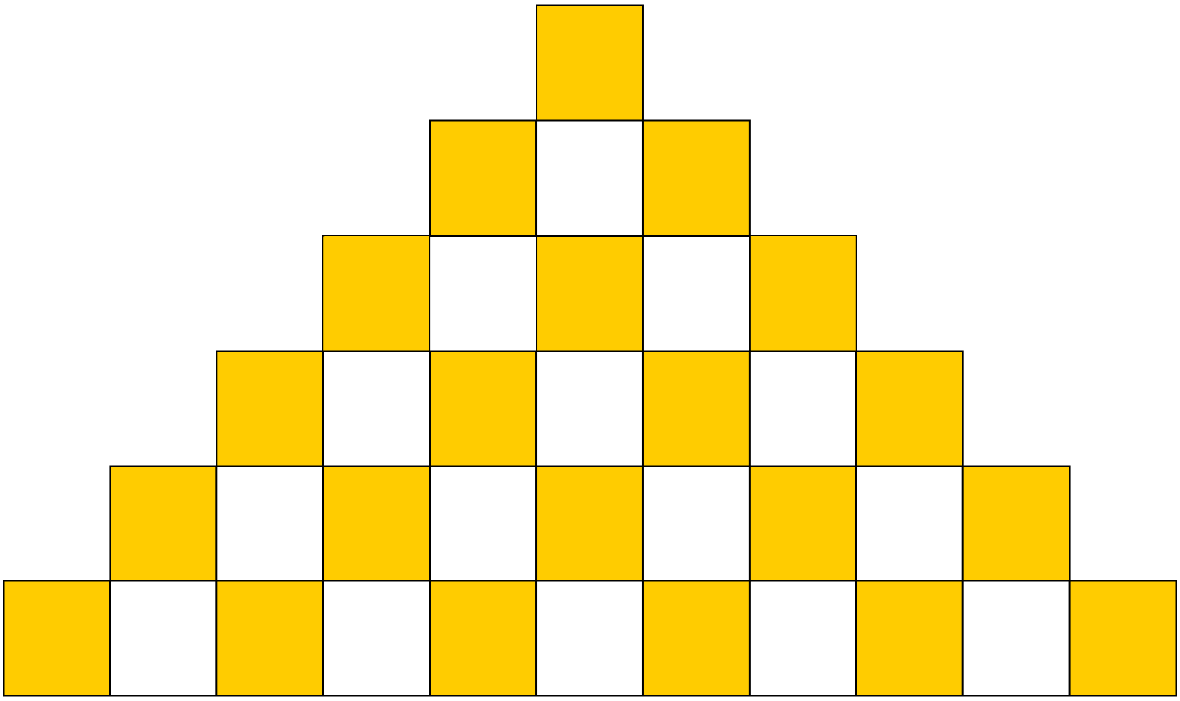
- Au lieu d’écrire les sommes d’étage en étage, écrivez plutôt la « racine » entre 1 et 9 de la somme des nombres du dessous (pour ne pas avoir à écrire de trop grands nombres dans la pyramide).

Exemple :

					9					
				6		3				
			3		3		9			
		8		4		8		1		
	3		5		8		9		1	
4		8		6		2		7		3

Ce jeu peut être présenté comme un tour de magie montrant l’habileté et la rapidité en calcul mental du magicien. Celui-ci va trouver plus vite que vous le nombre qui sera au sommet !

Il l’écrira même instantanément après que le dernier des 6 nombres que vous aurez choisis sera inscrit à la base de la pyramide ci-dessous… Comment le magicien fait-il ?



A partir d’une base de six nombres que je note a, b, c, d, e, f, regardez comment on obtient le nombre situé en haut de la pyramide…

					a+5b+10c+10d+5e+f					
				a+4b+6c+4d+e		b+4c+6d+4e+f				
			a+3b+3c+d		b+3c+3d+e		c+3d+3e+f			
		a+2b+c		b+2c+d		c+2d+e		d+2e+f		
	a+b		b+c		c+d		d+e		e+f	
a		b		c		d		e		f

Dans le résultat au sommet (a+5b+10c+10d+5e+f), les coefficients des lettres (les nombres écrits devant les lettres) ne vous rappellent rien ? Si bien sûr ! Ces nombres 1, 5, 10, 10, 5, 1, on les trouve dans le triangle de Pascal à la ligne contenant le 5 en deuxième place à partir de la gauche.

Un nombre de forme « 10a » possède la même racine que « a », car 10a = 9a +a.

Un nombre de forme « a+5b+10c+10d+5e+f » aura même racine que « a+5b+c+d+5e+f ».

Exemple :

					9					
				6		3				
			3		3		9			
		8		4		8		1		
	3		5		8		9		1	
4		8		6		2		7		3

A partir de la base 4, 8, 6, 2, 7, 3 de votre ami, vous avez calculé de tête (de préférence, pour briller davantage) : 5 fois la somme des deux nombres en deuxième position à partir des extrêmes 8+7 = 15, d'où 75, augmentée de la somme des autres nombres de base 4+6+2+3 = 15. Votre total est 75+15 = 90 qui donne donc 9 pour le sommet de la pyramide.

<u>Les curiosités finales avec la grande pyramide</u>…

Imaginez le triangle de Pascal avec dix lignes, donc dix nombres à la base : la dernière ligne commence par 1- 9, etc.

1									
1	1								
1	2	1							
1	3	3	1						
1	4	6	4	1					
1	5	10	10	5	1				
1	6	15	20	15	6	1			
1	7	21	35	35	21	7	1		
1	8	28	56	70	56	28	8	1	
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1

Traduisons la dernière ligne, en parlant de racine numérique, et le 9 comptant comme un zéro dans les additions, remplaçons ce 9 par 0 :

1	0	0	3	0	0	3	0	0	1

On s'aperçoit qu'il y a six cases contenant un zéro, cases dont les valeurs n'ont donc aucune importance dans nos calculs. Il s'agit pour le magicien de trouver les nombres de la base, qui donneront le nombre au sommet qui a été choisi par le spectateur.

Chaque case du bas ayant pour coefficient 3 peut être neutralisée dans les calculs si on y place un nombre multiple de 3…Dans le calcul on aura un 3 (le coefficient) × 3 (dans la valeur multiple de 3) = 9.

Il suffit de mettre aux cases extrêmes deux nombres dont la somme est la valeur de la case du sommet de la pyramide.

- Vous écrivez les dix nombres de la base, les deux extrêmes ayant pour somme le nombre du sommet, les quatrième et septième cases contenant par exemple un 3 et un 6, toutes les autres cases étant remplies au hasard
- Votre ami fait le calcul de toutes les cases vides, et vérifie que la case du haut correspond à vos cases de base.

Exemple :

									5									
1						**3**						**6**						**4**

La clef de la prédiction

Le magicien invite un spectateur à déposer sur la table tous les petits objets qui lui tombent sous la main (leur nombre n'ayant aucune contrainte). Le magicien annonce qu'à tour de rôle lui et le spectateur vont désigner deux objets, et que celui qui ne les a pas choisis décidera l'élimination de l'un parmi les deux. Il dit aussi qu'on continuera en échangeant les rôles alternativement, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'un seul objet. Le magicien pose alors sur la table une enveloppe fermée et dit qu'elle contient une feuille sur laquelle est dessinée une prédiction concernant l'objet qui restera en dernier. Le magicien défie le spectateur d'obtenir un résultat contraire à cette prédiction. Le jeu peut commencer.

Exemple d'une partie :

Il y a 7 objets : une clé, un bouchon, un crayon, un mouchoir, une gomme, un rouleau de ruban adhésif, une carte de crédit.
Le magicien décide de commencer et choisit 2 objets parmi lesquels le spectateur élimine le ruban adhésif.
Le spectateur choisit la clef et le bouchon, le magicien élimine le bouchon.
Le magicien choisit deux objets parmi lesquels le spectateur élimine la carte de crédit.
Le spectateur choisit la clef et le mouchoir, le magicien élimine le mouchoir.
Le magicien choisit deux objets et le spectateur élimine la gomme.
Le spectateur choisit la clef et le crayon (en fait ce sont les deux objets qui restent), le magicien élimine le crayon.
Le dernier objet est donc la clef. On ouvre l'enveloppe et on trouve un dessin de clef : la prédiction est réalisée.

Exemple d'une autre partie :

Il y a 8 objets, les 7 précédents et un trombone constituant le huitième.
Le magicien propose au spectateur de commencer. Le jeu se déroule comme précédemment, et à la fin c'est la clef qui reste, et la prédiction dans l'enveloppe est réalisée.

Comment le magicien s'y prend-il ?

1) Il faut qu'il ait un dessin de clef sur une feuille dans une enveloppe
2) Il faut qu'il ait une clef lui-même au cas où le spectateur ne proposerait pas lui-même cet objet parmi les autres
3) Si le nombre d'objets est impair, le magicien choisit de commencer ; si le nombre d'objets est pair, le magicien dit au spectateur de commencer…
4) Le magicien ne propose jamais la clef parmi les 2 objets, celle-ci ne peut être éliminée par le spectateur ; quand le spectateur choisi la clef et un autre objet, le magicien élimine bien sûr l'autre objet.

Qu'y a-t-il à comprendre de plus ?

Il faut que ce soit au magicien d'éliminer l'avant dernier objet et de laisser la clef en dernier, et donc il faut que le spectateur ait à choisir deux objets parmi 2 ou auparavant 4 ou 6, etc. bref parmi un nombre pair. Quand le nombre d'objets est impair c'est le magicien qui choisit les deux objets.

Le L de Fibonacci

Voir la figure plus loin…

Le magicien prédit la somme de 10 nombres écrits par le spectateur avant même que les 10 nombres soient tous écrits. Le spectateur a choisi les deux premiers nombres, puis à partir du troisième, chaque nombre a été calculé en ajoutant les deux précédents.

Solution :

- **Justification du truc : « la somme des dix nombres est égale à 11 fois le septième » :**

Si on appelle a et b les premier et deuxième nombres,

- le troisième vaut a + b
- le quatrième vaut b + (a+b) = a + 2b
- le cinquième vaut (a+b) + (a+2b) = 2a + 3b
- le sixième vaut 3a + 5b
- le septième vaut 5a + 8b
- le huitième vaut 8a + 13b
- le neuvième vaut 13a + 21b
- le dixième vaut 21a + 34b.

Le total des dix nombres est 55a + 88b.
Si on multiplie le septième soit (5a + 8b) par 11 on trouve bien 55a + 88b.
Vous pouvez présenter le tour précédent de façon astucieuse. Il faut préparer dix cases vides qui vont recevoir les dix nombres de votre ami de façon à ce qu'elles figurent une lettre L.

Le coin d'intersection de la ligne verticale du L et de sa ligne horizontale doit être le fameux nombre intéressant (le septième à partir du haut, le quatrième à partir de la fin des dix nombres en bas). Il est ainsi plus facilement repérable pour vous permettre de le multiplier par 11.

Exemples :

10			
16			
26			
42			
68			
110			
178	288	466	754

13			
17			
30			
47			
77			
124			
201	325	526	681

Pour le L de gauche, on multiplie le coin 178 par 11 et on trouve 1958.
A vous de jouer : ***pour le L de droite quel est le total des nombres ?***

Solution : le carton, les pions et la somme magique

Voici comment a été fabriqué le carton de 16 nombres :

+	3	5	6	7
1	4	6	7	8
2	5	7	8	9
4	7	9	10	11
8	11	13	14	15

Huit nombres ont été placés dans les cases rouges.

Chacun des 16 nombres sur les cases blanches du carton a été calculé en additionnant les nombres rouges de la ligne et de la colonne où il se trouve : exemple 13 = 8+5 est à l'intersection de la ligne 8 et de la colonne 5.
Chacun des 4 pions devant être le seul de sa ligne et le seul de sa colonne, chacun des nombres rouges intervient tout en n'intervenant qu'une seule fois dans l'addition des quatre nombres placés sous les pions.

Le total des 4 nombres sous les pions est le total des 8 nombres rouges, ceci quelles que soient les positions des 4 pions respectant la consigne. Ce total est donc un nombre constant : ici on trouve 1+2+3+4+5+6+7+8 = 36. Le magicien a donc écrit que le total des 4 nombres sous les pions serait 36.
Pour réaliser le carton, on place les nombres rouges, puis on calcule les 16 nombres des cases blanches, et on découpe les bords rouges pour ne présenter que le carton blanc au spectateur.

<u>Le lecteur de pensée virtuel</u>. (« à l'ordinateur »)

Le site Internet invite le visiteur à penser à un nombre entier entre 1 et 99 (exemple : 57) puis à lui enlever la somme de ses chiffres (exemple : 57 – (5 + 7) = 45).

Un tableau de 100 symboles est affiché à l'écran, chaque nombre de 0 à 99 étant associé à un symbole. Le visiteur est invité à se concentrer sur le symbole correspondant à son résultat (exemple : 45 a pour symbole €) pour que l'ordinateur lise dans ses pensées, puis invité encore à cliquer sur un carré de l'écran, qui aussitôt affiche le symbole identique (exemple €).

0 : €	1	2	3	4	5	6	7	8	9 : €
10	11	12	13	14	15	16	17	18 : €	19
20	21	22	23	24	25	26	27 : €	28	29
30	31	32	33	34	35	36 : €	37	38	39
40	41	42	43	44	45 : €	46	47	48	49
50	51	52	53	54 : €	55	56	57	58	59
60	61	62	63 : €	64	65	66	67	68	69
70	71	72 : €	73	74	75	76	77	78	79
80	81 : €	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

On peut rejouer autant qu'on veut. Les symboles changent de nombres attribués dans les parties successives, et donc le symbole choisi change dans les parties, ce qui empêche de deviner trop vite le truc. Quel est-il, amis matheux ?

Quand on enlève d'un nombre entier la somme de ses chiffres, on obtient toujours un multiple de 9. Dans le tableau tous les multiples de 9, de 0 jusqu'à 81, ont le même symbole, et c'est ce symbole qui est reproduit pour chaque partie dans le carré de l'écran. La disposition du tableau est astucieuse, le symbole magique occupe la position du 0 en haut à gauche, puis neuf positions en diagonale depuis le 9 en haut à droite vers le 81 en bas à gauche, et cela ne saute pas aux yeux.

Les symboles inutiles n'ont pas été écrits ci-dessus (contrairement au tableau de l'écran Internet) dans les quatre-vingt-dix cases qu'il est impossible d'obtenir comme résultat de la soustraction. A noter que 90 et 99 sont impossibles à obtenir, bien qu'étant multiples de 9, car 81 est le plus grand résultat possible après la soustraction ; l'ordinateur peut donc leur attribuer des symboles différents.

Le coup de l'agenda.

Le magicien propose un tour dans lequel il aura deviné une date qui sera déterminée par le spectateur après diverses manipulations. Un agenda de l'année est jeté par le magicien sur la table, et témoignera de sa prédiction.

Le magicien propose à l'observation huit cartons qui sont numérotés d'un nombre de 1 à 8 d'un côté, et d'un nombre de 9 à 16 de l'autre. Il en fait une pile, et les distribue en deux tas, un carton dans l'un, un dans l'autre jusqu'à épuisement. Il demande au spectateur de choisir un tas et d'éliminer l'autre. Il recommence à répartir de nouveau en deux tas, et redemande au spectateur de ne garder qu'un tas sur les deux.

Cette manœuvre continue une nouvelle fois jusqu'à obtenir un seul tas de deux cartons. On regarde alors les chiffres apparents des deux cartons, on en fait la somme : ce sera le numéro du mois de la date que le spectateur va désigner. Ensuite le magicien demande au spectateur de tourner au choix un des deux cartons seulement, et d'additionner les deux nombres qui seront alors apparents : cela donnera le numéro du jour du mois. Vous avez maintenant une date complète, comme par exemple le 17 septembre (9).

Le magicien demande au spectateur de chercher sur l'agenda la page de cette date. Celui-ci la trouve mais ne voit rien d'écrit. Le magicien semble alors surpris, et demande quel est le saint du jour : il s'agit de Renaud. Il suggère alors au spectateur de chercher dans la couverture de l'agenda s'il n'y a pas quelque chose d'intéressant. Le spectateur y trouve une photo, découpée dans un magazine, du chanteur Renaud !

Voici **le matériel nécessaire** pour faire ce tour :

- **huit morceaux de carton (ou papier), numérotés pour le premier d'un côté 1, de l'autre côté 9, pour le deuxième 2 et 10, pour le troisième 3 et 11, le quatrième 4 et 12, le cinquième 5 et 13, le sixième 6 et 14, le septième 7 et 15, le huitième 8 et 16.**

- et bien sûr un agenda de l'année, avec une photo de Renaud placée dans la couverture.

Comment le magicien a-t-il fait ?

En montrant les huit cartons numérotés de 1 à 8, il faut mettre le 2 sur le 1, puis le 3 sur le 2, puis le 4 sur le 3, montrer les numéros suivants (5, 6, 7, 8), mais mettre le paquet comportant ces 4 premiers numéros en dessous des quatre derniers (dont l'ordre n'aura pas été, lui, inversé). Quand vous faîtes deux paquets, l'un contient de haut en bas 2, 4, 7, 5 et l'autre 1, 3, 8, 6. N'importe lequel peut être choisi, mettons que ce soit le premier…

Vous distribuez en deux paquets qui sont 7, 2 ou bien 5, 4. N'importe lequel de ces tas, choisi, donne un total de 9 (= 7+2 ou 5+4) et donc le mois de septembre. N'importe lequel des cartons tourné permettra d'avoir une somme de 17 : si vous tournez le 7, vous verrez un 15 qui additionné au 2 fera 17. Si vous tournez le 2 c'est un 10 qui apparaît et 10+7=17. Les cartons ont été conçus et rangés pour obtenir toujours la date du 17/09.

Astucieux, non ? Attention cependant, vérifiez que la saint Renaud est le 17 septembre dans votre agenda, parfois les dates de célébration des saints changent selon les années.